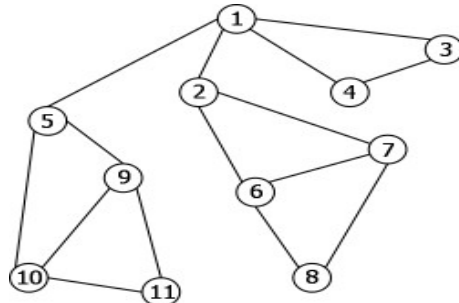


Construction d'un arbre recouvrant minimal par greffes d'arbres, sur un graphe valué par ses degrés

Soit $G(X_0, U_0)$ ce graphe non valué connexe d'ordre N , simple et sans boucle :



1) On value ce graphe ainsi : soit $d(x)$ le degré d'un sommet x de G , la valeur de l'arête $U_i = v(U_i) =$ somme des degrés de tous les sommets connectés à U_i

1.1) Valuer G

1.2) Quelle propriété aura donc l'arbre recouvrant minimal de G ?

2) Pour construire cet arbre recouvrant minimal, on propose l'algorithme suivant :

Un ensemble d'arbres sous-graphes de G est noté une forêt $F = \{A_1, \dots, A_i, \dots, A_r\}$.

Par efficacité, la représentation $R(A_i)$ de A_i est booléenne et telle que :

(a) $R(A_i) = (r_{x,y}) = (r_{y,x})$ avec $(x,y) \in [1,N]^2$

(b) $\text{or}(r_{x,1}, r_{x,2}, \dots, r_{x,N}) = 1$ ssi le sommet x appartient A_i , sinon 0

(c) $r_{x,y} = 1$ ssi x est voisin de y

On note $C = (x,y)$ l'arête entre les sommets x et y . On propose ce pseudo-code du calcul rapide de l'arbre recouvrant de G , qui ne requiert pas de test de composante connexe :

```

1] S := liste triée ascendante des arêtes de G ; N := ordre(G)
2] F := {} ; T := vecteur nul de dimension N ; M := 0 ; d := 1
3] TantQue M < N-1
4] C := S(d) ; x := C(1) ; y := C(2) ; i := T(x) ; j := T(y) ; d := d + 1
5] Si i ≠ j et i ≠ 0 et j ≠ 0 % C devient isthme
6] Alors A_i := Greffe3(A_i, A_j, C) ; T(x) := T(y) := min(i,j) ; M := M + 1 ; F := F ∪ A_j
7] SinonSi i = 0 xor j = 0 % C devient rameau
8] Alors i = max(i,j) ; A_i := Greffe2(A_i, C) ; T(x) := T(y) := i ; M := M + 1
9] SinonSi i = 0 et j = 0 % C devient bouture
10] Alors F := F ∪ {C} ; T(x) := T(y) := |F| ; M := M + 1
11] FinSi ; FinTantQue
    
```

Questions :

2.1) Expliquer le rôle des fonctions Greffe2 et Greffe3

2.2) Suivant les exemples donnés en cours, et en python ou octave, écrire la fonction Greffe2

2.3) idem pour la fonction Greffe3

3) Exécutez l'algorithme sur le graphe G . Si vous constatez qu'il manque une condition ou qu'une proposition n'est pas valide dans cette proposition, vous la corrigerez en argumentant clairement.

4) Calculez avec une bonne stratégie le polynôme chromatique de G .